|  |  |
| --- | --- |
| Gerb-BMSTU_01 | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  **высшего образования**  **«Московский государственный технический университет**  **имени Н.Э. Баумана**  **(национальный исследовательский университет)»**  **(МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

*Лабораторная работа №*

*По предмету: «Моделирование»*

**Тема:**

*Метод Пикара решения задачи Коши*

Студент: Юмаев Артур Русланович

Группа: ИУ7-65Б

Оглавление

[Введение 3](#_Toc32333623)

[Задача Коши для дифференциального уравнения 1-го порядка 4](#_Toc32333624)

[Метод последовательных приближений (метод Пикара) 4](#_Toc32333625)

# Введение

Многообразие реальных процессов порождает большое многообразие прикладных задач, приводящих к дифференциальным уравнениям в обыкновенных и в частных производных, точное решение которых может быть получено лишь в исключительных случаях. Отсюда возникает необходимость приближенного решения таких задач. В настоящее время создано и разработано значительное число приближенных методов решения дифференциальных уравнений, изложить которые можно лишь на примере некоторых модельных задач. Одной из таких задач является задача Коши для дифференциальных уравнений в обыкновенных производных. В этой работе не ставится цель изложения всех методов решения задачи Коши, а рассматриваются лишь методы Пикара и Рунге-Кутта.

# Задача Коши для дифференциального уравнения 1-го порядка

Требуется найти функцию удовлетворяющую при дифференциальному уравнению

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

и начальному условию

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (2) |

Условия существования и единственности решения поставленной задачи будем считать выполненными.

Обычно приближенные методы разделяют на классы аналитических и численных. Аналитические методы те, что дают приближенное решение в аналитическом виде, численные в виде значений искомой функции в заранее выбранных узлах.

## Метод последовательных приближений (метод Пикара)

Интегрируя обе части уравнения (1) с учетом условия (2), получаем интегральное уравнение

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3) |

Будем решать (3) методом последовательных приближений: задавшись произвольным начальным приближением, например, , последовательные бриближения найдем согласно следующему итерационному процессу

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (4) |

Тогда точное решение уравнения (3) находится как предел при , т. е. дополнительно требуется исследовать сходимость итерационного процесса (4). Если этот процесс сходится, то за приближенное решение задачи Коши (1)-(2) принимается при достаточно большом , определяемым уровнем допустимой точности . Этот метод имеет два существенных недостатка, которые ограничивают его применение на практике, а именно, здесь не только необходимо установление его сходимости, но и оценка скорости сходимости. Второй недостаток его состоит в том, что здесь требуется проведение операции интегрирования.

Пример 1. Найти решение задачи Коши методом Пикара

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5) |

Найдем несколько приближений по методу Пикара. Пусть

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | , | (6) |

тогда

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (7) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (8) |

и так далее.

## Метод Рунге-Кутты

Метод Рунге-Кутты – одношаговый метод, состоящий в последовательном вычислении искомой функции задачи (1)-(2) в точках где - некоторый выбранный шаг, по некоторой расчетной формуле.

Рассмотрим детальнее получение расчетной формулы метода Рунге-Кутты для задачи (1)-(2). Проинтегрируем обе части уравнения (1) в пределах от до , получим

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (9) |

В последнем сделаем замену

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (10) |

Таким образом, задача вычисления сводится к вычислению интеграла в правой части (10).

Опуская вычисления, обозначим через и получим следующую расчетную формулу

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (11) |

где .

Заметим, что

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

и т.д., т.е. – определяются последовательно, а, следовательно, определяется правая часть (11).

Приведем расчетную формулу Рунге-Кутты.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (12) |

погрешность которой

# Листинг